

Équivalence
du Consensus et de la Diffusion
dans
les Réseaux à Omissions Bornées

E. Godard

avec Joseph Peters (Simon Fraser University)

ALGOTEL 2012

Deux Problèmes Fondamentaux

Soit un réseau de communication G

Diffusion

Depuis un nœud v , envoyer une information à tous les autres nœuds du réseau.

Consensus

Chaque nœud possède une valeur initiale. Chaque nœud doit calculer une valeur telle que

Accord Chaque nœud décide la **même** valeur,

Validité La valeur décidée est **présente** dans l'ensemble des valeurs initiales,

Termination Chaque nœud **décide en temps fini**.

Une relation bien connue

Réduction

Le Consensus peut être résolu en diffusant la valeur initiale d'un nœud **pré-sélectionné**.

Diffusion \Rightarrow **Consensus** dans **tous les cas**

Une relation bien connue

Réduction

Le Consensus peut être résolu en diffusant la valeur initiale d'un nœud **pré-sélectionné**.

Diffusion \Rightarrow **Consensus dans tous les cas**

Réduction Inverse

- Que se passe-t-il s'il y a des **défaillances** ?
- La réciproque n'est pas toujours vraie

Réseaux avec des Omissions Mobiles

Défaillance par Omission

- Communication synchrone par messages
- Les messages peuvent être perdus
- Quand un message est reçu, il est non modifié

Réseaux avec des Omissions Mobiles

Défaillance par Omission

- Communication synchrone par messages
- Les messages peuvent être perdus
- Quand un message est reçu, il est non modifié

Localisations possibles pour les défaillances indépendantes du temps

Les combinaisons de pertes possibles sont les mêmes à chaque ronde.

Réseaux avec des Omissions Mobiles

Défaillance par Omission

- Communication synchrone par messages
- Les messages peuvent être perdus
- Quand un message est reçu, il est non modifié

Localisations possibles pour les défaillances indépendantes du temps

Les combinaisons de pertes possibles sont les mêmes à chaque ronde.

Défaillances Transitoires / Défaillances Mobiles

- Santoro & Widmayer STACS'89 *Time is not a healer*
- Santoro & Widmayer '07 *Agreement in synchronous networks with ubiquitous faults*

Bibliographie

- M. Raynal 2010 survey (crash + omissions) *Fault-tolerant Agreement in Synchronous Message-passing Systems*
- il y a peu de résultats sur le Consensus sur des réseaux de communication **la communication est en générale supposée pouvoir être un graphe complet**

Bibliographie

- M. Raynal 2010 survey (crash + omissions) *Fault-tolerant Agreement in Synchronous Message-passing Systems*
- il y a peu de résultats sur le Consensus sur des réseaux de communication **la communication est en générale supposée pouvoir être un graphe complet**
- Approche à base de métriques de défaillances

- Santoro and Widmayer '07
 - le nombre global d'omissions est **borné**
- Schmid, Weiss and Keidar '09
 - le nombre local d'omission est **borné**

Bibliographie

- M. Raynal 2010 survey (crash + omissions) *Fault-tolerant Agreement in Synchronous Message-passing Systems*
- il y a peu de résultats sur le Consensus sur des réseaux de communication **la communication est en générale supposée pouvoir être un graphe complet**
- Approche à base de métriques de défaillances \Rightarrow la réutilisation de résultats n'est en général pas possible
- Santoro and Widmayer '07
 - le nombre global d'omissions est **borné**
- Schmid, Weiss and Keidar '09
 - le nombre local d'omission est **borné**
- Charron-Bost & Schiper '09 *The Heard-Of model : computing in distributed systems with benign faults*

Modèle de Défaillance

Omissions Mobiles Arbitraires

- **Réseaux de communication** : graphe dirigé G
- **Défaillance par omissions** : ensemble de sous-graphes couvrants $S \subset \mathcal{O}_G$ appelé **schéma d'omissions**
- **Schéma d'Omissions Borné** : μ métrique de défaillance
 - $S = \{H \subseteq G \mid \mu(H) \leq f\}$

Modèle de Défaillance

Omissions Mobiles Arbitraires

- **Réseaux de communication** : graphe dirigé G
- **Défaillance par omissions** : ensemble de sous-graphes couvrants $S \subset \mathcal{O}_G$ appelé **schéma d'omissions**
- **Schéma d'Omissions Borné** : μ métrique de défaillance
 - $S = \{H \subseteq G \mid \mu(H) \leq f\}$

Exemples de Métrique

- $\mu_g(H) = \#G \setminus H,$
- $\mu_\ell^-(H) = \max_{v \in V(G)} \{\delta_v^-(G) - \delta_v^-(H)\},$
- $\mu_\ell^+(H) = \max_{v \in V(G)} \{\delta_v^+(G) - \delta_v^+(H)\},$
- $\mu_\ell(H) = \max\{\mu_\ell^-(H), \mu_\ell^+(H)\}.$

Exemple et Contre-Exemple

Pour $G = \circ \leftrightarrow \bullet$.

Au plus une omission par ronde

- $\mathcal{O}^1 = \{\circ \leftrightarrow \bullet, \circ \leftarrow \bullet, \circ \rightarrow \bullet\}$,
- définissable par borne (avec μ_g et $k = 1$).

Transmission d'au plus un message par ronde

- $\mathcal{H} = \{\circ \leftarrow \bullet, \circ \rightarrow \bullet\}$
- NB si un seul message est envoyé, il peut ne pas être reçu.
- Ce schéma n'est pas définissable par borne car le graphe sous-jacent $\circ \leftrightarrow \bullet$ n'appartient pas à \mathcal{H} .

Equivalence pour les Schémas d'Omissions Bornés

La Diffusion est équivalente au Consensus

en **calculabilité** s'il n'y a pas de solution pour la Diffusion alors il n'existe pas de solution pour le Consensus

en **complexité** s'il existe une solution, l'algorithme optimal est un algorithme de diffusion.

Propriété pour un nombre d'omissions borné

La fonction $\mu : \mathcal{O}_G \longrightarrow \mathbb{N}$ est une **métrique d'omissions** sur G si

fiabilité $\mu(G) = 0$

monotonie $\forall H, K \in \mathcal{O}_G, H \subseteq K \implies \mu(H) \geq \mu(K)$

Propriété

Soit S un schéma d'omission borné, pour tout $H, H' \in S$

- pour tout $a \in H'$, $H \cup \{a\} \in S$,
- en particulier $H \cup H' \in S$.

Technique de Bivalence

On utilise la technique classique.

Initialisation Bivalente

Provient du fait qu'**il n'est pas possible de diffuser**.

Extension bivalente

=> technique d'**indistinguabilité** classique

- $H = G \setminus \{a_1, \dots, a_p\}$
- $H \xrightarrow{a_1} H \cup \{a_1\} \xrightarrow{a_2} \dots G \setminus \{a_p\} \xrightarrow{a_p} G$
- ces évènements sont tous dans S car le schéma est **borné**

Conclusion

- Défaillances intermittentes bornées (cas le plus pertinent en pratique) : **Consensus = Diffusion**
- Retrouve et complète SW07 et SWK09
- Application : bornes pour la diffusion \Rightarrow nouvelles bornes pour le consensus
- défaillances temporaires vs défaillances définitives
- travail en cours : l'équivalence s'étend à n'importe quel type de défaillances en nombre **borné**